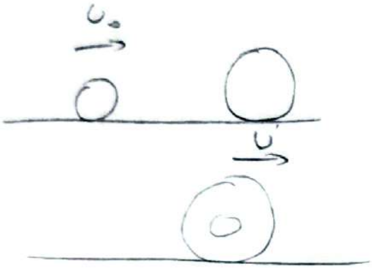
2025

A)

A1	α	A5	Λ
A2	β		Σ
A3	δ		Σ
A4	α		Λ
			Λ

B1)



$m v_0 + 0 = 4 m v'$

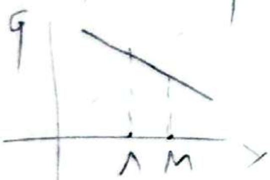
$v' = \frac{v_0}{4}$

$$\frac{K'_{ολ}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}(m+3m)v'^2}{\frac{1}{2} m v_0^2} = \frac{4m\frac{v_0^2}{16}}{m v_0^2} = \frac{1}{4}$$

(iii)

B2)

$φ_M < φ_Λ$ άρα το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά (από το Λ προς το Μ)



δηλαδή το Λ έχει ταλαντωθεί για περισσότερο χρόνο από το Μ

$φ = ωt + φ_0$

για το Μ $\quad 0 = A ημ φ_M \Rightarrow φ_M = 2κπ + 0$ ή $2κπ + π$ rad

όμως $υ = -υ_{max}$ άρα $φ_M = 2κπ + π$

μετά από $Δt = \frac{3T}{2} \rightarrow Δφ = ωΔt = \frac{2π}{T}\frac{3T}{2} = 3π$ rad

$φ_M = 2κπ + π + 3π = 2κπ + 4π = 2(κ+2)π$

βρίσκεται σε θέση $y = 0$, $υ = υ_{max}$

για το Λ τη χρ. στιγμή t_1

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda} = 2\pi\frac{\frac{\lambda}{4}}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

και επειδή $\varphi_\Lambda > \varphi_M$ $\quad \varphi_\Lambda - \varphi_M = \frac{\pi}{2}$

$$\varphi_\Lambda = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{2} = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

άρα βρίσκεται στην $x = -A$

μετά από $\Delta t = \frac{3T}{2} \to \Delta\varphi = 3\pi$ rad

$$\varphi_\Lambda = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + 3\pi = 2(k+2)\pi + \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

άρα βρίσκεται σε $y_\Lambda = +A$, $v = 0$

(iii)

B3)

$E_\varphi = E_n$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos 60°) = \frac{1}{2}\frac{h}{m_e c} \quad (1)$$

ΑΔΕ

$$E_o = E_\varphi + E_n = 2E_\varphi = 2E_e$$

$$hf = 2hf'$$

$$\frac{hc}{\lambda} = 2h\frac{c}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = 2\lambda \quad (2)$$

$$(1) \xrightarrow{(2)} 2\lambda - \lambda = \frac{h}{2m_e c} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{2m_e c}$$ άρα $\lambda' = \frac{2h}{2m_e c}$

Άρα $E_o = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\frac{h}{2m_e c}} = 2m_e c^2$ (ii)

Γ)

Γ1) $\mathcal{E}_{επ} = -N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

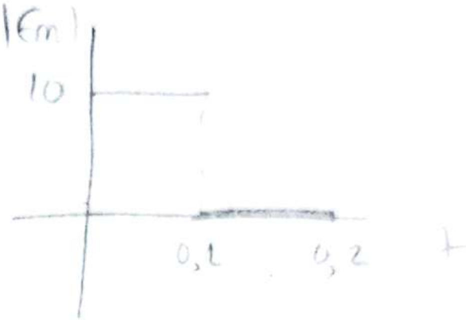
$$|\mathcal{E}_{επ}| = N\frac{(\Delta B)A}{\Delta t} = 100\cdot 2\,10^{-2}\,\frac{\Delta B}{\Delta t} = 2\cdot 5 = 10\,V$$

οπότε την κλίση του B(t) διάγραμμα

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0,5}{0,1} = 5\ T/s$$

Κατόπιν (t > 0,1s)

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0$$



Γ2) $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \dfrac{2\pi}{50\pi} = \dfrac{1}{25} = 0,04\,s$

$$\mathcal{E}_{επ} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = +\underbrace{N\omega B A}_{V_0}\ ημωt$$

$$V_0 = 100\cdot 50\pi\cdot 0,5\cdot 2\cdot 10^{-2} = 50\pi\ V$$

$v = 50\pi\ ημ\,50\pi t$ (SI)

$i = 5\pi\ ημ\,50\pi t$ (SI)

$I_0 = \dfrac{V_0}{R} = \dfrac{50\pi}{10} = 5\pi A$

$$V_{εν} = \frac{V_0}{\sqrt2} = \frac{50\pi}{\sqrt2} = 25\pi\sqrt2\ V$$

$$I_{εν} = \frac{I_0}{\sqrt2} = \frac{5\pi}{\sqrt2} = \frac{5\pi\sqrt2}{2}\ A$$

$$Q = I_{εν}^2\cdot R\cdot\Delta t = \left(\frac{5\pi\sqrt2}{2}\right)^2\cdot 10\cdot T = \frac{25\pi^2\cdot 2}{4}\cdot 10\cdot\frac{1}{25} = 50\,J$$

Γ3)

$$\omega' = 2\omega = 100\pi \ rad/s \quad , \quad T' = \frac{T}{2} = 0{,}02 \ s$$

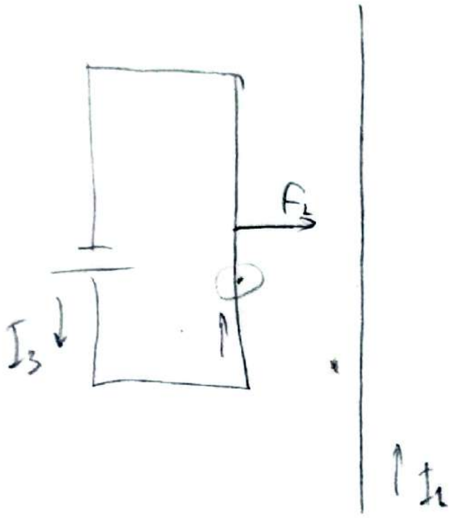
$$V_0' = 2V_0 \quad , \quad V_{\varepsilon\nu}' = 2V_{\varepsilon\nu}$$

$$I_0' = 2I_0 \quad , \quad I_{\varepsilon\nu}' = 2I_{\varepsilon\nu} = 2 \cdot \frac{5\pi}{2}\sqrt{2} = 5\pi\sqrt{2} \ A$$

$$Q' = I_{\varepsilon\nu}'^2 \cdot R \cdot T' = (2I_{\varepsilon\nu})^2 \cdot R \cdot \frac{T}{2} = 2 I_{\varepsilon\nu}^2 R T = 2Q = 100 J$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} \cdot 100\% = \frac{2Q - Q}{Q} \cdot 100\% = 100\%$$

Γ4)



$$I_3 = \frac{E}{R} = \frac{20}{10} = 2A$$

από τον αγωγό ΧΨ δημιουργείται μαγνητικό πεδίο στο ΚΛ με φορά ⊙

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{r}$$

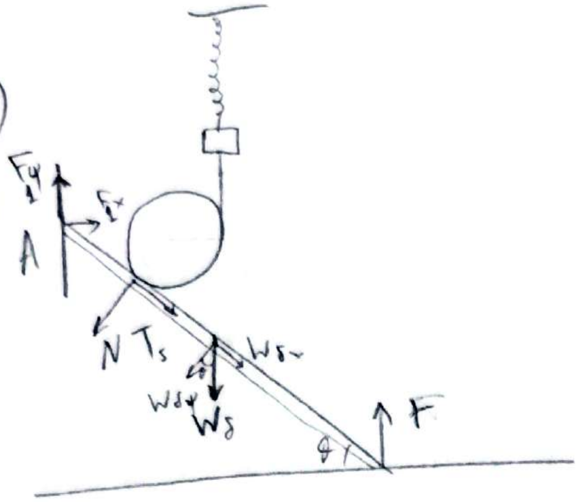
συνεπώς δημιουργείται δύναμη F_L όπως στο σχήμα

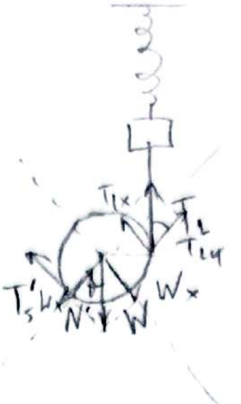
$$F_L = B_1 \cdot I_3 \cdot l = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 10^{-2}} \cdot 2 \cdot 1$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{\pi 2 \cdot 10^{-2}} = 10^{-4} \ N$$

Δ)

Δ1)





για τη σφαίρα:

$\Sigma \tau = 0$ ως προς το κέντρο

$T_1 R - T_s' \cdot R = 0 \Rightarrow$

$T_1 = T_s'$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$

$W_x - T_s' - T_{1x} = 0$

$Mg\,\eta\mu\theta - T_s' - T_1\,\eta\mu\theta = 0$

$40 \cdot 0{,}6 - T_1 - T_1 \cdot 0{,}6 = 0$

$1{,}6 T_1 = 24$

$T_1 = \frac{240}{16}$ N

$= \frac{60}{4} = 15$ N

για Σ_1:

$\Sigma F = 0$

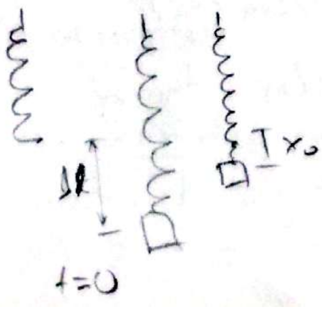
$-W_1 + F_{\varepsilon\lambda} - T_1' = 0 \Rightarrow$

$k\Delta l = T_1' + W_1$ (1)

$T_1' = T_1$ (αβαρές νήμα)

(1) $60 \cdot \Delta l = 15 + 15 \Rightarrow \Delta l = \frac{1}{2} = 0{,}5$ m

Δ2)



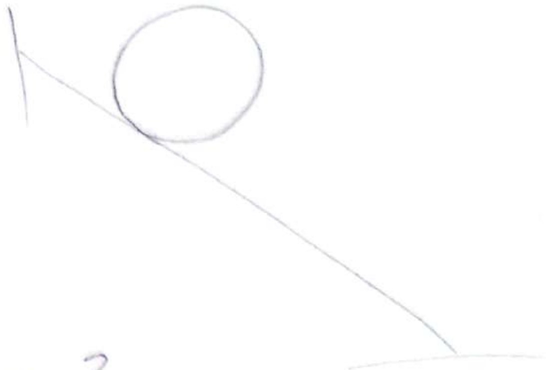
για θέση ισορροπίας

$\Sigma F = 0$

$F_{\varepsilon\lambda}' = W_1 \Rightarrow k x_0 = m_1 g$

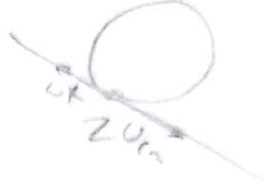
$x_0 = \frac{15}{60} = 0{,}25$ m

α)



$\Delta s = R\Delta\theta \rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R\Delta\theta}{\Delta t}$,
$u_{cm} = \omega R$ μόνο κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει

στο 2



η ταχύτητα μηδενίζεται σημείο
όταν είναι στο κατώτατο σημείο ως προς τη δοκό
$u_z = u_{cm} - \omega R = u_{cm} - u_{cm} = 0$

άρα στο χρ. διάστημα $0 \rightarrow t_1$ έχει διαγράψει 1,5 περιστροφή

$\Delta\varphi = \pi + 2\pi = 3\pi$ rad

$\Delta s = R\Delta\varphi = 3\pi \cdot R$

$\Delta s_{cm} = \Delta s = 3\pi \cdot \frac{9}{8\pi} = \frac{27}{8}$ m

επειδή η σφαίρα κυλίεται
χωρίς να ολισθαίνει
$\Delta s_{cm} = \Delta s$ σημείου της σφαίρας

β) κάνει ομαλά μετ. κίνηση
και ομαλά μετ. περιστροφική κίνηση

$\frac{\Delta s_{cm}}{\Delta t} = \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow u_{cm} = \omega R$

$u = u_0 + a_{cm}\Delta t$

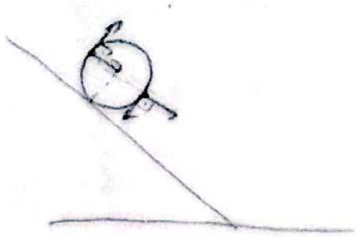
$\Delta s = \cancel{u_0\Delta t} + \frac{1}{2} a_{cm}\Delta t^2$

$\frac{27}{8} = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow$

$27 = a_{cm} 9 \Rightarrow a_{cm} = 3\ m/s^2$

$u = \cancel{u_0} + 3 \cdot 1,5 = 4,5\ m/s$

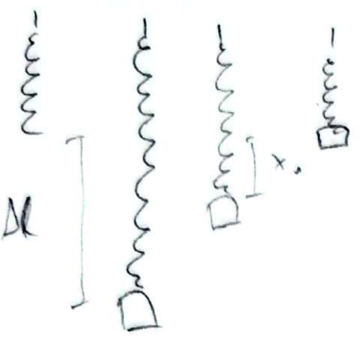
$u_{cm} = \omega R$ μόνο κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει



τα περιφερειακά σημεία έχουν
u_{cm} λόγω μετ. κίνησης και $\omega R = u_{cm}$ λόγω περιστροφικής κίν.

$u = \sqrt{u_{cm}^2 + (\omega R)^2} = \sqrt{2}\, u_{cm}$
$= 4,5\sqrt{2}\ m/s$

Δ3)



$t=0$

για θέση ισορροπίας

$\Sigma F = 0$

$F_{ελ}' = W_Σ \Rightarrow k x_0 = mg \Rightarrow$

$$x_0 = \frac{15}{60} = 0,25m = \frac{\Delta l}{2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,5}{60}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{40}} \simeq 1s$$

άρα το σώμα ταλαντώνεται με πλάτος $A = \Delta l - x_0 = 0,25m$

άρα $\Delta t_{t_0 \to t_1} = 1,5s = 1,5T$

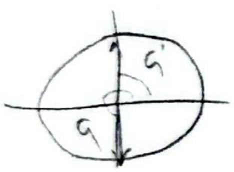
παίρνοντας θετική φορά προς τα πάνω,

για $t = t_0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = -A$, με $\upsilon = 0$

$-A = A\eta\mu\varphi \Rightarrow$

$\varphi = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ rad

άρα μετά από $\Delta t = 1,5T$



σύμφωνα με τον κύκλο αναφοράς λαμβάνοντας με μέτρο A, $x = A\eta\mu\omega t$

θα βρίσκεται σε φάση $\varphi' = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + 1,5 \cdot 2\pi$

$= 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + 3\pi$

$= 2k\pi + 4\pi + \frac{\pi}{2}$ rad

άρα στη θέση $x = +A$, με $\upsilon = 0$

$$W_{Fελ} = -\Delta U_{ελ}$$

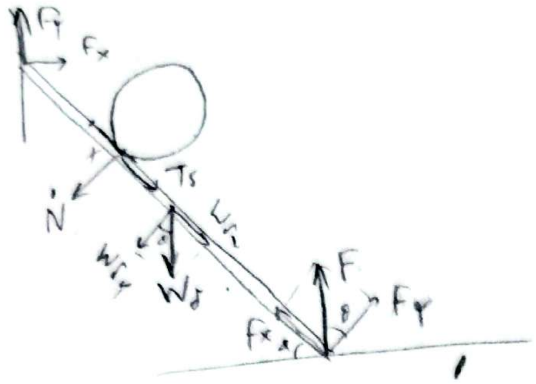
$$= -(U_{ελ}' - U_{ελ}) = -\left(\frac{1}{2}k\cdot\Delta l'^2 - \frac{1}{2}k\cdot\Delta l^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}k\cdot\Delta l^2$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 60\cdot(0,5)^2 = 7,5J$$

Δ4)

Τριβή της δοκού με το οριζόντιο δάπεδο = 0



η δοκός ισορροπεί, άρα

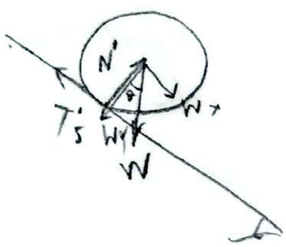
$\Sigma\tau = 0$ ως προς Α

$$-N(0{,}5+x) + \cancel{\tau_{T_s}}^{\,0} + \cancel{\tau_{W_x}}^{\,0} + \cancel{\tau_{N_x}}^{\,0} - W_{\delta y}\cdot\frac{l}{2} + F_y \cdot l = 0$$

$$-N(0{,}5+x) - 10\cdot 2\cdot 0{,}8 + F\,\sigma\upsilon\nu\theta\cdot 4 = 0$$

$$-N(0{,}5+x) - 20\cdot 0{,}8 + F\cdot 3{,}2 = 0 \quad (3)$$

Για τη σφαίρα:



$\Sigma F_y = 0$

$N' = W_y = Mg\,\sigma\upsilon\nu\theta$

$= 40\cdot 0{,}8$

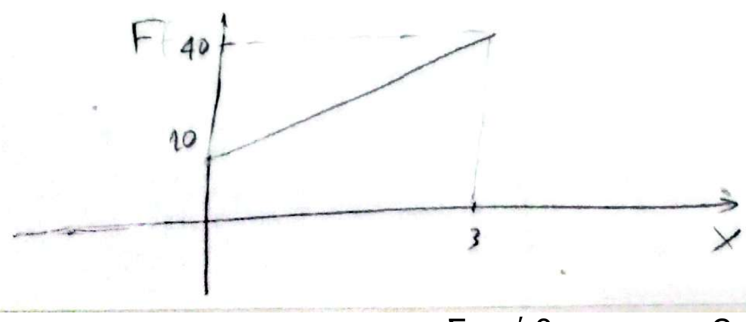
$= 32N \quad (4)$

$$(3) \xrightarrow{(4)} -32(0{,}5+x) - 16 + F\cdot 3{,}2 = 0 \Rightarrow$$

$$-16 - 32x - 16 + F\,3{,}2 = 0 \Rightarrow$$

$$+32 + 32x = 3{,}2F$$

$$+10 + 10x = F$$



$F = +10 + 10x$ (SI)

για $x=0$ $F = +10N$

για $x=3$ $F = +40N$