2022

A)

A1) γ

A2) δ

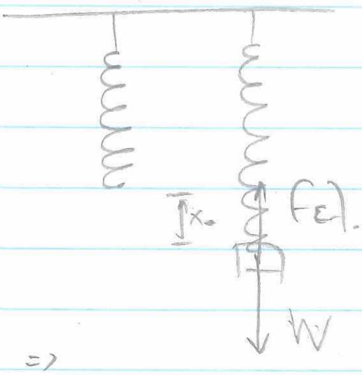
A3) γ

A4) β

A5) α Λ β Σ γ Λ δ Σ ε Σ

B1)

(1)



ΘΙ:

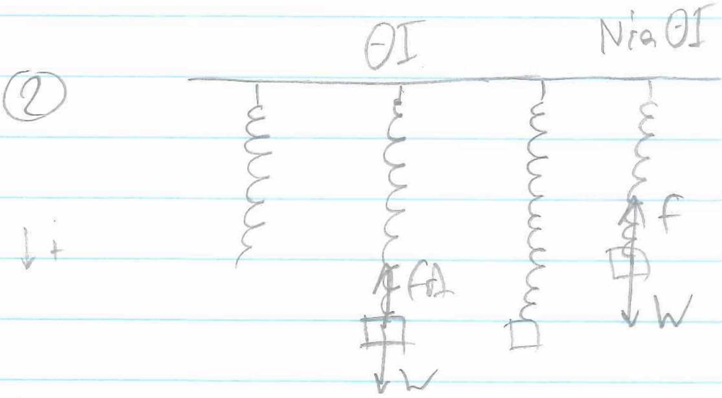
$\Sigma F = 0$

$kx_0 = mg \Rightarrow$

$x_0 = \frac{mg}{k}$

x_0 = η απόσταση από τη θέση φυσικού μήκους, άρα $x_0 = A_1$ (5)

(2)



νέα ΘΙ

$+W - F - F_{ελ} = 0 \Rightarrow$

$mg - mg - kx_0' = 0 \Rightarrow x_0' = 0$

άρα στη θέση φυσικού μήκους

στην αρχική θέση

$E = K + U$

$\frac{1}{2} D A_2^2 = 0 + \frac{1}{2} D (x_0' - x_0)^2 \Rightarrow$

$A_2 = \pm x_0$, το − απορ. γιατί $A_2 > 0$

άρα $A_2 = x_0$ (6)

Από (5), (6) $A_1 = A_2$ (i)

B2) Από την εξ. Bernoulli μεταξύ της επιφάνειας και της εκάστοτε οπής:

$$P_{atm} + \rho g H + \frac{1}{2} m \cancel{u^2}_{\approx 0} = P_{atm} + \rho g h + \frac{1}{2} m u^2 \Rightarrow$$

$$u = \sqrt{2g(H-h)} \quad \text{(Θ. Torricelli)}$$

Όταν είναι ανοιχτή μόνο η οπή (1)

$$u_1 = \sqrt{2g\left(H - \frac{5H}{6}\right)} = \sqrt{\frac{gH}{3}}$$

$$\Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A\,\Delta x}{\Delta t} = A u$$

στην περίπτωση αυτή $\Pi_1 = A u_1 = \frac{A\sqrt{gH}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{V}{\Delta t_1} = A\sqrt{\frac{gH}{3}}$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = \frac{V\sqrt{3}}{A\sqrt{gH}} \quad (3)$$

Όταν είναι ανοιχτές και οι δύο οπές:

$$u_2 = \sqrt{2g\left(H - \frac{H}{3}\right)} = \sqrt{2g\frac{2H}{3}} = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$$

$\Pi' = \Pi_1 + \Pi_2$ | ομοίως $u_1 = \sqrt{\frac{gH}{3}}$ όπως και πριν

$$= A\cdot u_1 + A\cdot u_2 = A\sqrt{\frac{gH}{3}} + A\,2\sqrt{\frac{gH}{3}} = 3A\sqrt{\frac{gH}{3}}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t_2} = \frac{3A\sqrt{gH}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{V\sqrt{3}}{3A\sqrt{gH}} \quad (4)$$

από (3) και (4): $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{V\sqrt{3}}{A\sqrt{gH}}}{\frac{V\sqrt{3}}{3A\sqrt{gH}}} = 3 \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3}$

(ii)

B3) $\quad v_2 = 0$

Διατήρησης [illegible]:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= m_1 v_1 \\ p_1' &= m_1 v_1' = \frac{p_1}{5} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_1' = \frac{v_1}{5}$$

από ΑΔΟ και ΑΔΚΕ:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1+m_2} \cancel{v_2}^{\,0} \Rightarrow \frac{\cancel{v_1}}{5} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cancel{v_1}$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = 5m_1 - 5m_2 \Rightarrow 4m_1 = 6m_2 \Rightarrow$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$$

επειδή η κρούση είναι ελαστική:

$$K_{ολ} = K_{ολ}'$$

όση ενέργεια έχασε το (1), κέρδισε το (2)

$$K_1 + \cancel{K_2}^{\,0} = K_1' + K_2' \quad \text{άρα} \quad \Delta K_1 = -\Delta K_2 = -K_2$$

$$\frac{\Delta K_2}{K_{ολ}} \cdot 100\% = \frac{-\Delta K_1}{K_{ολ}} \cdot 100\% = \frac{-\left(\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2\right)}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0} \cdot 100\%$$

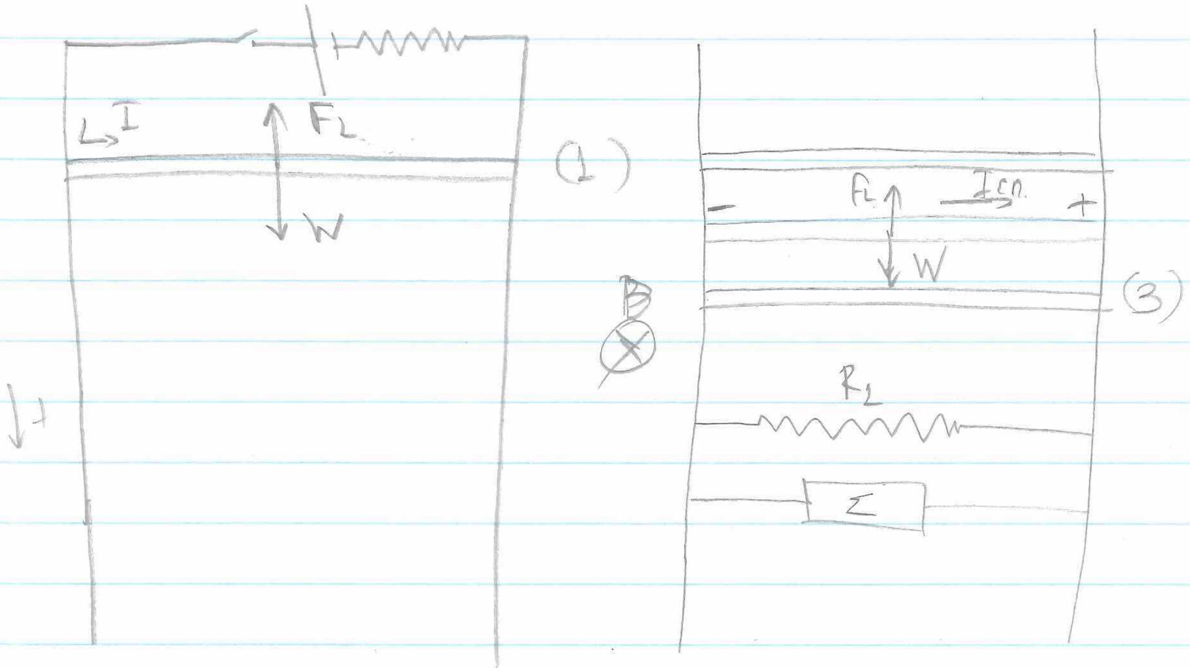
$$= \frac{v_1^2 - v_1'^2}{v_1^2} \cdot 100\% = \frac{v_1^2 - \left(\frac{v_1}{5}\right)^2}{v_1^2} \cdot 100\% = \frac{1 - \frac{1}{25}}{1} \cdot 100\%$$

$$= \frac{\frac{24}{25}}{\frac{25}{25}} \cdot 100\% = \frac{96}{100} \cdot 100\%$$

$$= 96\%$$

(iii)

Γ)



Γ1)

Για να είναι ακίνητος ο αγωγός πρέπει $\Sigma F = 0 \Rightarrow W - F_L = 0$

$\Rightarrow W = F_L \Rightarrow mg = BI\ell \Rightarrow 3 = B \cdot \frac{E}{(R+r)} \cdot 1 \Rightarrow$

$3 = B \frac{9}{3} \cdot 1 \Rightarrow B = 1T$

Προκειμένου η απαιτούμενη F_L να είναι προς τα πάνω, πρέπει η κατεύθυνση του B να είναι ⊗, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων δεξιού χεριού

Γ2)

αμέσως μετά τις αλλαγές που δηλώνει, ισχύει $V = 0 \Rightarrow I = 0 \Rightarrow F_L = 0$

άρα ΣF στον ΚΛ: $\Sigma F = W$ άρα ο ΚΛ επιταχύνεται προς τα κάτω (+)

καθώς αυξάνεται η υ του ΚΛ δημιουργείται $E_{επ.}$ όπως στο σχήμα, άρα και F_L που το μέτρο της διαρκώς αυξάνεται.

άρα $|\Sigma F|$ ελαττώνεται

Άρα ο αγωγός κάνει μη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με ελαττούμενο μέτρο της επιτάχυνσης

Στην οριακή θέση (3):

$$\Sigma F=0 \Rightarrow F_{L\,op.}=W \Rightarrow B\cdot I_{op.}\cdot l = mg \Rightarrow 1\cdot I_{op.}\cdot 1=3$$

$$\Rightarrow I_{op.}=3A$$

Για τη συσκευή $P_K=\frac{V_K^2}{R_\Sigma} \Rightarrow 6=\frac{6^2}{R_\Sigma} \Rightarrow R_\Sigma=6\Omega$

R_Σ σε παράλληλη σύνδεση με R_1

$$\frac{1}{R_{1,\Sigma}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_\Sigma} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,\Sigma}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,\Sigma}}=\frac{3}{6} \Rightarrow$$

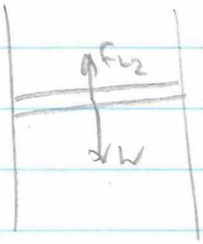
$$R_{1,\Sigma}=2\Omega$$

$$I_{op.}=\frac{E_{επ}}{R_{ολ}}=\frac{E_{επ}}{R_{1,\Sigma}+R_{κλ}} \Rightarrow E_{επ.}=3\cdot 4=12V$$

$$B\cdot υ_{op.}\cdot l=12 \Rightarrow 1\cdot υ_{op.}\cdot 1=12 \Rightarrow υ_{op.}=12m/s$$

μετά ισχύει $\Sigma F=0$ άρα ο αγωγός κάνει ευθ. ομαλή κίνηση προς τα κάτω

Γ3)



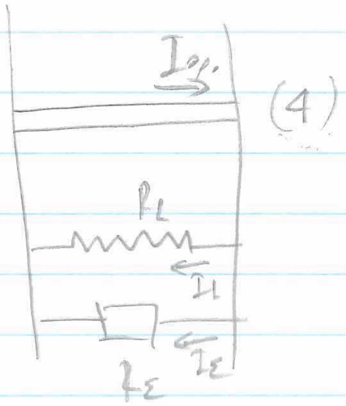
στη θέση (2):

$$υ_2=\frac{1}{2}υ_{op}=6m/s$$

$$\frac{dp}{dt}=\Sigma F=W-F_{L2}=3-B\cdot I_2\cdot l$$

$$=3-1\cdot\frac{E_{επ.2}}{R_{ολ}}\cdot 1=3-\frac{B υ_2\cdot l}{2+2}$$

$$=3-\frac{1\cdot 6\cdot 1}{4}=1,5\ kg\cdot\frac{m}{s^2}$$



Σε μια τυχαία θέση μετά που ο αγωγός έχει φτάσει την οριακή του ταχύτητα:

$$I_{KΛ} = I_{oρ} = \frac{E_{επ\,oρ.}}{R_{ολ.}} = \frac{12}{4} = 3A$$

$$V_{π.KΛ} = E_{επ\,oρ.} - I_{oρ.} \cdot R_{KΛ} = 12 - 3 \cdot 2 = 6V$$

R_1 και $R_Σ$ σε παράλληλη σύνδεση

$$I_1 = \frac{V_{πKΛ}}{R_1} = \frac{6}{3} = 2A$$

$$I_Σ = \frac{V_{πKΛ}}{R_Σ} = \frac{6}{6} = 1A \quad (\text{ή από } I_{oρ.} = I_1 + I_Σ)$$

$$I_K = \frac{P_K}{V_K} = \frac{6}{6} = 1A = I_Σ$$ άρα η θερμική συσκευή λειτουργεί κανονικά

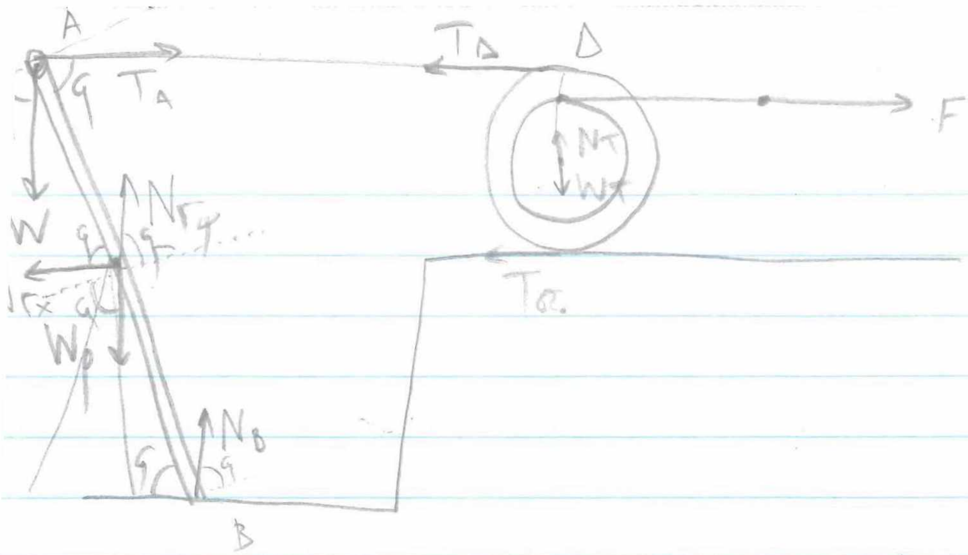
Δ)

Δ1) Το νήμα είναι αβαρές, άρα $T_Δ = T_A$

Για τη ράβδο, που ισορροπεί:

$$ΣF_x = 0 \Rightarrow F_A - N_{Γx} = 0 \Rightarrow N_{Γx} = 10,5\,N$$

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow W + W_ρ - N_{Γy} - N_B \Rightarrow 10 + 30 - N_{Γy} - N_B = 0$$
$$\Rightarrow N_{Γy} + N_B = 40 \quad (2)$$



Το δάπεδο (1) είναι λείο, άρα δεν ασκείται f_{Bx} (παράλληλη το δάπεδο(1) δύναμη)
άρα η $N_{Γx}$ είναι προς τα αριστερά προκειμένου να ισορροπεί η ράβδος

$\Sigma\tau = 0$ ως προς A:

$$\cancelto{0}{\vec{\tau}_{T_A}} + \cancelto{0}{\vec{\tau}_{W}} + \vec{\tau}_{N_{Γy}} + \vec{\tau}_{N_{Γx}} + \vec{\tau}_{W_ρ} + \vec{\tau}_{N_B} = 0 \Rightarrow$$

$$+N_{Γy}\cdot συνφ \cdot \frac{l}{2} - N_{Γx}\, ημφ \cdot \frac{l}{2} + N_B\, συνφ \cdot l - W_ρ\, συνφ\, \frac{l}{2} = 0$$

$$N_{Γy}\cdot 0,6\, \frac{1}{2} - 10,5\cdot 0,8 \cdot \frac{1}{2} + N_B \cdot 0,6 - 30\cdot 0,6\, \frac{1}{2} = 0$$

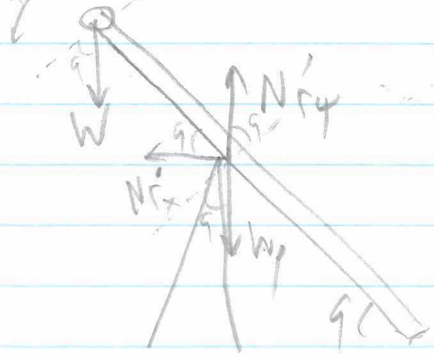
$$0,3N_{Γy} - 4,2 + 0,6N_B - 9 = 0 \qquad (1)$$

$$(1) \xrightarrow{(2)} 0,3\cdot(40 - N_B) - 4,2 + 0,6N_B - 9 = 0$$

$$12 - 0,3N_B - 4,2 + 0,6N_B - 9 = 0$$

$$1,2 = 0,3N_B \Rightarrow N_B = 4N$$

Δ2) Αμέσως μετά που η ράβδος χάνει την επαφή της με το δάπεδο (1) → $N_B' = 0$, όμως η γωνία $\varphi' \simeq \varphi$



$$\frac{dL_\rho}{dt} = I_\rho \cdot a_{γων.}$$

Το σύστημα ράβδος-σφαιρίδιο κινείται με κοινή $a_{γων}$

$\Sigma\tau_{ολ} = I_{ολ}\, a_{γων}$

ως προς Γ

$$I_{ολ} = I_\rho + I_\Sigma = \frac{1}{12} M_\rho l^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}\cdot 3\cdot 2^2 + 1\cdot 1^2 = 2\ kg\, m^2$$

$$\frac{dL_\rho}{dt} = I_\rho \cdot a_{γων.} = \frac{1}{12}\cdot 3\cdot 2^2 \cdot a_{γων.} = 1\cdot 3 = 3\ kg\cdot m^2/s$$

$$\Sigma\tau_{ολ.} = I_{ολ}\, a_{γων}$$

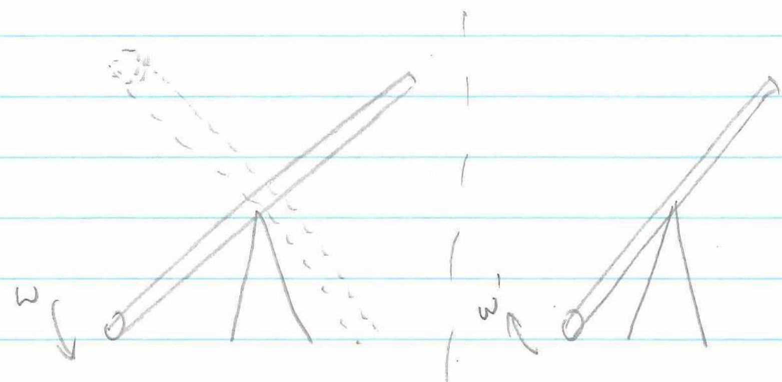
$$+W συνφ \cdot \frac{l}{2} = I_{ολ}\, a_{γων}$$

$$a_{γων} = \frac{6}{2} = 3\ rad/s^2$$

Δ3)

$$\Delta L = L' - L$$

$$\omega' = -\frac{\omega}{2}$$



Από την αρχική θέση που κόψαμε το νήμα (ερώτημα Δ2) έως ακριβώς πριν την κρούση

ΑΔΜΕ

$$K_0 + U_0 = K_{αρχ} + U_{αρχ} \Rightarrow 0 + \cancel{M_\rho g \frac{l}{2} ημφ} + m g l\, ημφ$$

$$= \frac{1}{2} I_{ολ}\, \omega^2 + \cancel{M_\rho g \frac{l}{2} ημφ} + 0 \Rightarrow$$

$10 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = \frac{1}{2}(2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \pm 4\ rad/s$ σύμφωνα με το σχήμα το (−) απορ.

$\omega = 4\ rad/s$

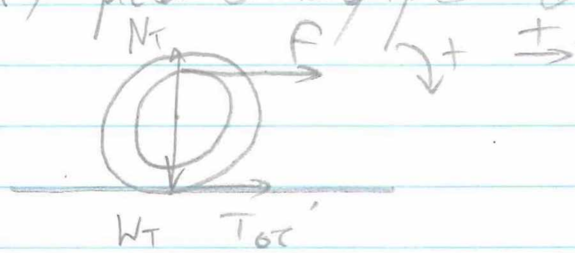
$\omega' = -\frac{\omega}{2} = -2\ rad/s$

$\vec{\Delta L} = \vec{L}' - \vec{L} = +I_{ολ} \cdot \vec{\omega}' - I_{ολ} \cdot \vec{\omega} \Rightarrow \Delta L = -2 \cdot 2 - 2 \cdot 4$
$= -12\ kg\,m^2/s$

$|\Delta L| = 12\ kg\,m^2/s$

σύμφωνα με το σχήμα και την ορισθείσα θετική φορά, το $\vec{\Delta L}$ έχει κατεύθυνση αρνητική, δηλαδή ⊗, διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο κίνησης της ράβδου με φορά προς τα κάτω.

Δ4) μετά το κόψιμο του νήματος:



$\Sigma F = M_T a_K \Rightarrow +F + T_{στ}' = 7 \cdot a_K \Rightarrow 12 + T_{στ}' = 7a_K$ (1)

$\Sigma \tau = I a_{γων} \Rightarrow F \cdot r - T_{στ}' \cdot R = \frac{1}{2} M_T \cdot R^{\cancel{2}} \cdot \frac{a_K}{\cancel{R}} \Rightarrow$

$12 \cdot 0{,}3 - T_{στ}' \cdot 0{,}4 = \frac{1}{2} 7 \cdot 0{,}4 \cdot a_K \Rightarrow$

$36 - 4T_{στ}' = 14a_K$ (2)

(2) $\overset{(1)}{\Rightarrow}$ $36 - 4(-12 + 7a_K) = 14a_K \Rightarrow 84 = 42a_K \Rightarrow$
$a_K = 2\ m/s^2$

Δ5.) Η τροχαλία κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση άρα ομαλά επιτ. μεταφορική κίνηση και ομαλά επιτ. στροφική κίνηση.

$t_1 = 2s$ $\quad v_1 = v_0 + a_{cm} \Delta t = 0 + 2 \cdot 2 = 4 m/s$

αντίστοιχα στη στροφική κίνηση $\quad \omega_1 = \frac{v_1}{R} = \frac{4}{0,4} = 10 rad/s$

από ΘΜΚΕ $\quad (W_{T\sigma} = 0)$

$$\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow \quad W_F = \left(\frac{1}{2} I \omega_1^2 + \frac{1}{2} M_T v_1^2\right) - 0$$

$$W_F = \frac{1}{2} \frac{1}{2} M_T \cdot R^2 \cdot \omega_1^2 + \frac{1}{2} M_T v_1^2$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 7 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} 7 \cdot v_1^2 =$$

$$\frac{21}{4} \cdot 4^2 = \frac{21}{4} \cdot 16 = 21 \cdot 4$$

$$= +84 \ J$$